

数学＜小論文型サンプル問題＞

羽衣国際大学

受 験 番 号							氏 名

令和9年度 一般選抜＜小論文型＞

「数学」問題冊子

＜解答時間：60 分＞

＜注意事項＞

- （１）試験開始の合図があるまで、問題は開かないこと。
- （２）問題に関する質問は一切受付ないが、印刷の不鮮明な箇所やページの落丁、及び解答用紙の汚れなどがあれば、手を挙げて監督者に知らせること。
- （３）解答はすべて別紙の解答用紙に記入すること。
- （４）試験終了後は解答用紙、及び、問題冊子を提出すること。

1 3 個のサイコロを投げるとき，次の確率を求めよ。

(1) 最小の目が 4 以上である確率

(2) 最初の目が 4 である確率

2 $a > 0, b > 0$ のとき，相加平均と相乗平均の関係を用いて

$\log_2\left(a + \frac{2}{b}\right) + \log_2\left(b + \frac{2}{a}\right)$ の最小値を求めよ。

3 n を自然数とする。数列 $1^2, -3^2, 5^2, -7^2, 9^2, -11^2, \dots$ の第 1 項から

第 $2n$ 項までの和 S_{2n} を求めよ。

4 関数 $f(x) = (x + 1)e^{-x}$ ($-\infty < x < \infty$) について $f(x)$ の増減および凹凸を

調べ， $\lim_{x \rightarrow \infty} x e^{-x} = 0$ を利用して曲線 $y = f(x)$ のグラフをかけ。

5 xy 平面上の原点を O とし，曲線 $y = -x^2 + 2x + 2$ 上の 2 点を $P(1, 3)$,

$Q(m, n)$ とする。 $\overrightarrow{OP} \perp \overrightarrow{OQ}$ のとき，点 Q の座標を求めよ。

「数学」 解答用紙

〔注意〕 解答時間：60分

- ①受験番号・氏名を必ず記入すること。
- ②解答はすべてこの解答用紙に記入すること。

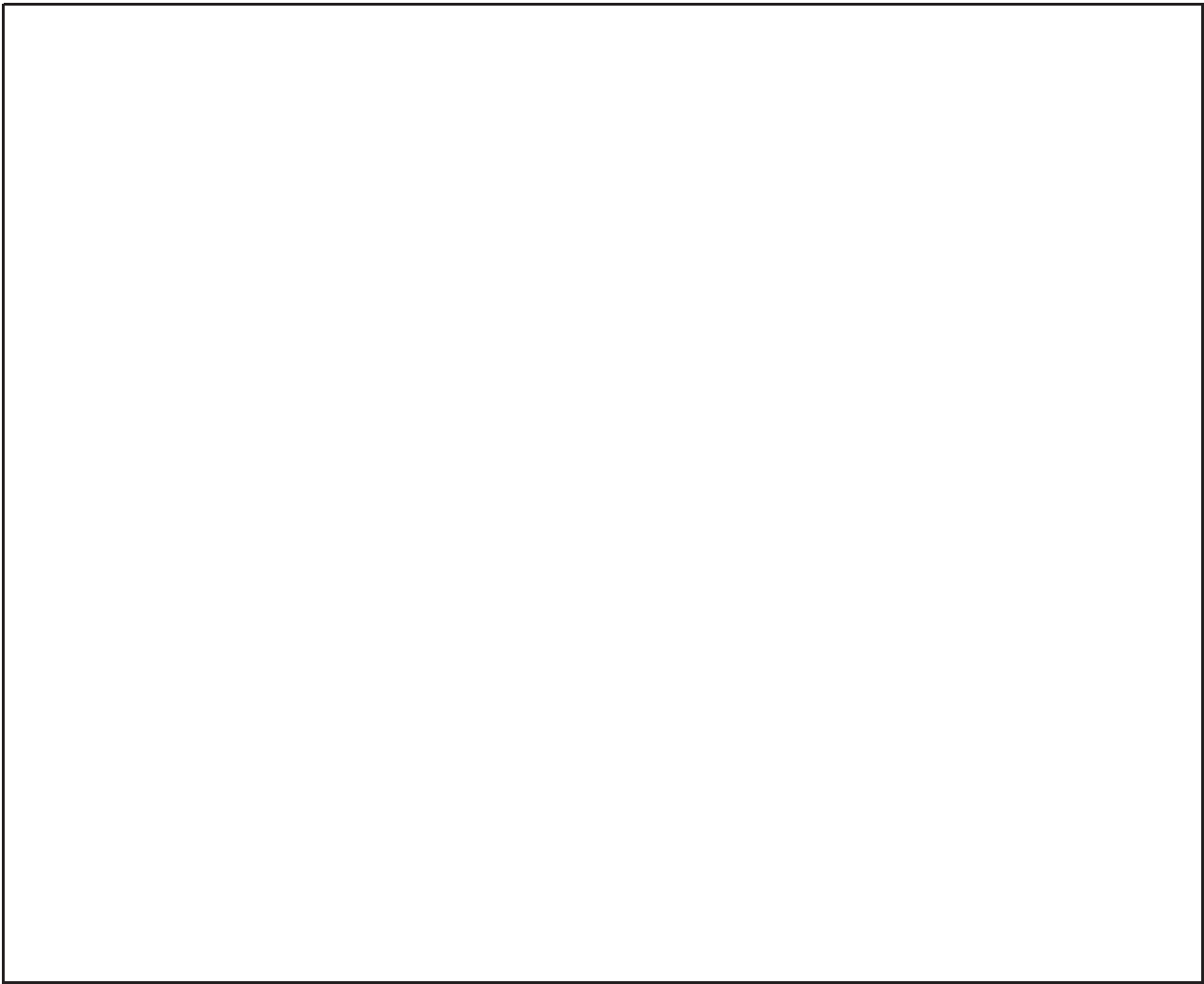
受 験 番 号							氏 名	

1

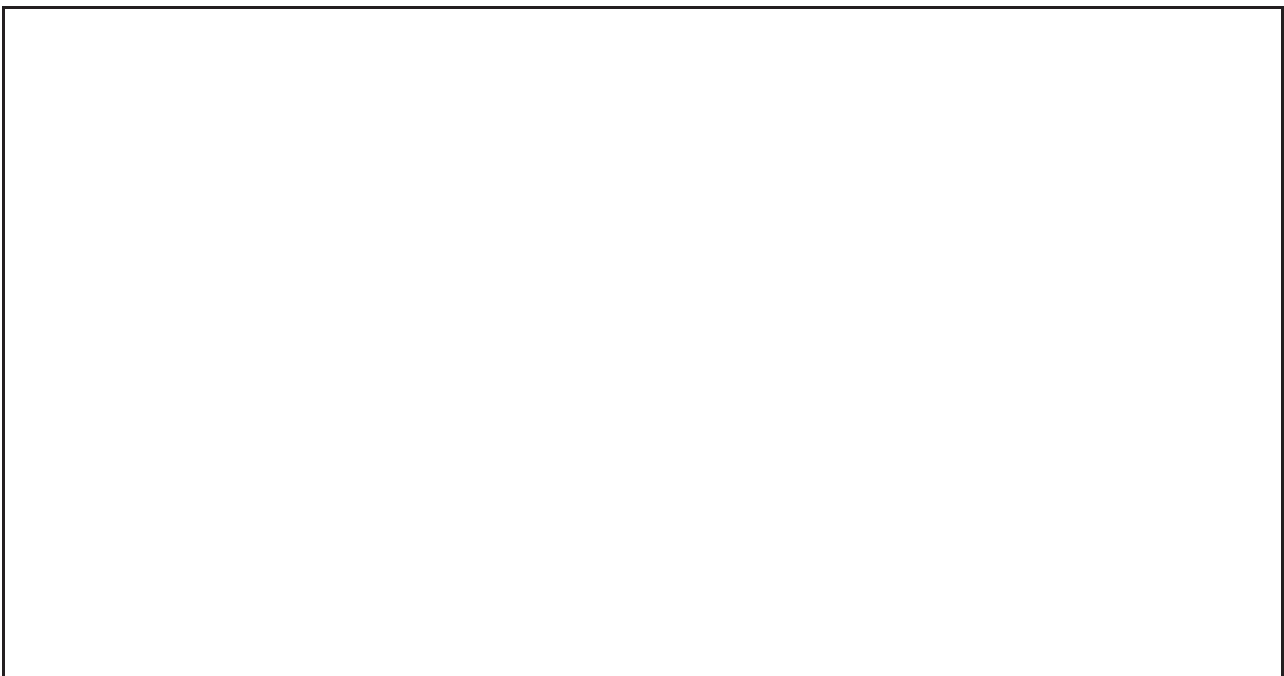
2

3

4



5



受験番号						氏名	

「数学」 解答用紙

〔注意〕解答時間:60分

- ①受験番号・氏名を必ず記入すること。
 ②解答はすべてこの解答用紙に記入すること。

1

(1) 目の出方は全部で $6 \times 6 \times 6 = 216$ (通り)。
 最初の目が 4 以上になるのは、どのサイコロの目も 4, 5, 6 のいずれかである場合だから、目の出方は $3 \times 3 \times 3 = 27$ (通り)。
 よって、求める確率は $\frac{27}{216} = \frac{1}{8}$

(2) 最小の目が 4 になる確率は、最小の目が 4 以上になる確率から最小の目が 5 以上になる確率を引けばよい。最小の目が 5 以上になる確率は、 $\frac{2^3}{216} = \frac{1}{27}$
 よって、求める確率は、 $\frac{1}{8} - \frac{1}{27} = \frac{18}{216}$

2

$\log_2 \left(a + \frac{2}{b} \right) + \log_2 \left(b + \frac{2}{a} \right) = \log_2 \left(a + \frac{2}{b} \right) \left(b + \frac{2}{a} \right) \cdots \textcircled{1}$
 $a > 0, b > 0$ だから、相加平均と相乗平均の関係から
 $\left(a + \frac{2}{b} \right) \left(b + \frac{2}{a} \right) = ab + 2 + 2 + \frac{4}{ab} \geq 4 + 2\sqrt{ab \times \frac{4}{ab}} = 4 + 2 \times 2 = 8$
 (等号が成り立つのは、 $ab = \frac{4}{ab}$ すなわち $ab = 2$ のときに限る。)
 これと①から、
 $\log_2 \left(a + \frac{2}{b} \right) + \log_2 \left(b + \frac{2}{a} \right) \geq \log_2 8 = 3$
 よって、求める最小値は 3。

3

与えられた数列の第 n 項は、 $a_n = (-1)^{n-1} (2n - 1)^2$ である。
 $b_k = a_{2k-1} - a_{2k}$ とおくと、
 $b_k = \{2(2k - 1) - 1\}^2 - \{2(2k) - 1\}^2 = (4k - 3)^2 - (4k - 1)^2$
 $= (16k^2 - 24k + 9) - (16k^2 - 8k + 1) = -16k + 8$
 $\therefore S_{2n} = \sum_{k=1}^n b_k = \sum_{k=1}^n (-16k + 8) = -16 \sum_{k=1}^n k + 8 \sum_{k=1}^n 1$
 $= -16 \frac{n(n+1)}{2} + 8n = -8n^2$

4

$$f'(x) = e^{-x} - (x+1)e^{-x} = -xe^{-x}$$

$$f''(x) = (-1)e^{-x} + xe^{-x} = (x-1)e^{-x}$$

x	...	0	...	1	...
$f'(x)$	+	0	-	-	-
$f''(x)$	-	-	-	0	+
$f(x)$		極大 1		変曲点 $2e^{-1}$	

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (x+1)e^{-x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x+1)e^{-(x+1)}e = \left(\lim_{x \rightarrow -\infty} (x+1)e^{-(x+1)} \right) \times e \quad \text{--- ①}$$

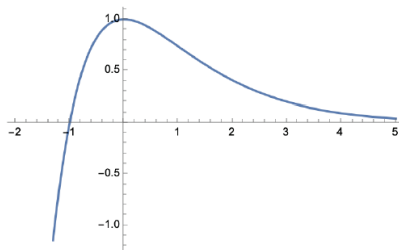
$$x+1 = -t \text{ とおくと, } \lim_{x \rightarrow -\infty} (x+1)e^{-(x+1)} = \lim_{t \rightarrow \infty} -te^t = -\infty$$

$$\text{① より, } \lim_{x \rightarrow -\infty} (x+1)e^{-x} = -\infty$$

$$\text{さらに, } \lim_{x \rightarrow \infty} xe^{-x} = 0 \text{ より}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (x+1)e^{-x} = \lim_{x \rightarrow \infty} xe^{-x} + \lim_{x \rightarrow \infty} e^{-x} = 0 + 0 = 0$$

以上よりグラフは以下のようなになる。



5

点 Q は曲線 $y = -x^2 + 2x + 2$ 上にあるので, $\overrightarrow{OQ} = (m, -m^2 + 2m + 2)$ 。

$$\overrightarrow{OP} = (1, 3), \overrightarrow{OP} \perp \overrightarrow{OQ} \text{ より,}$$

$$\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ} = 1 \cdot m + 3 \cdot (-m^2 + 2m + 2) = -3m^2 + 7m + 6 = (m-3)(3m+2) = 0$$

$$\text{よって, } m = 3 \text{ または } m = -\frac{2}{3}$$

$$m = 3 \text{ のとき, } -m^2 + 2m + 2 = -1$$

$$m = -\frac{2}{3} \text{ のとき, } -m^2 + 2m + 2 = \frac{2}{9}$$

$$\text{ゆえに, } Q(3, -1) \text{ または } Q(-\frac{2}{3}, \frac{2}{9})$$

